

# Tangram

MATEMATICA TRA LE MANI – DE STRADIS VITA

a.s.2015/2016

BERNARDI ELISA, BERNARDI MATTEO, BIANCO CHIARA,  
CAMASSA GIORGIO, CARROZZO ALESSANDRA, CARROZZO  
FEDERICA, CARROZZO NOEMI, CARROZZO PIETRO,  
CICCARESE FRANCESCA, CICCARESE GILDA,  
CIONFOLI GESSICA, COSTANTINI ALICE, COSTANTINI  
MATTIA, DE NUZZO NOEMI, DE PUNZIO MORLEO , DE  
RINALDIS FRANCESCO, STRADIS SAMUELE,  
DE TOMMASO MARIA PIA, DE VANNA BEATRICE, DEL  
VECCHIO MARIA PIA J., DELL'AQUILA ANNA LUCIA, DI  
PIETRANGELO JACOPO, GIANGRANDE MARCO,  
MARGHERITI ANTONIO, MARGHERITI MARTA, MICELLI  
RACHELE, MORLEO FEDERICO, MORLEO MARTA, NICOLI'  
DAVIDE, NIGRO ANNAIRENE, PARISI RAFFAELE, POLITO  
GALLO CHIARA, RIZZATO VERONICA, TUNDO MARTA E  
TUNDO REBECCA.

# STORIA O LEGGENDA?

C'era una volta, in una remota regione della Cina, un tempio, in cui abitavano dei monaci molto saggi che si dedicavano alla lettura, alla contemplazione, alla meditazione.

Molte persone andavano al tempio per ascoltare gli insegnamenti dei monaci.

Un giorno un ragazzo andò da un monaco dicendo che desiderava conoscere il mondo.

- E' un desiderio buono - disse il monaco e diede al ragazzo tre oggetti.
- Ecco, ti consegno un paio di scarpe, una tavoletta di ceramica ed un pennello. Calza le scarpe e riponi la tavoletta ed il pennello nella tua borsa. Ogni volta che vedrai qualcosa che ti interessa, che ti colpisce, che ti insegna o che ti piace, disegna sulla tavoletta in modo da preservarne il ricordo. Tornerai da me tra sette anni e mi dirai cosa hai visto.

Il ragazzo calzò le scarpe e si mise in cammino.

Camminò, giorni e giorni, senza mai trovare nulla di importante da disegnare sulla tavoletta.

Una sera, quando le ombre si allungavano dalle montagne e già cominciava ad imbrunire, il ragazzo tirò fuori la tavoletta per guardarla: si trattava di un quadrato di ceramica.

La misurò usando, con la mano aperta, lo spazio tra la punta del suo pollice e quella del mignolo.

Uno, due... ecco, la sua mano stava due volte nel lato della tavoletta. Tre, quattro... un altro lato; cinque, sei... il terzo lato; sette otto... Tutto il perimetro era lungo otto mani: un quadrato perfetto.

Il ragazzo pensò tra sé e sé: - Come farò a disegnare tutto ciò che mi colpirà, interesserà, mi insegnerà qualcosa o mi piacerà su una tavoletta così piccola?

Ma ecco che proprio mentre rifletteva su questo, il suo piede inciampò su un sasso... e lui cadde a terra.

- Ohhhhhh! - disse rialzandosi e scrollandosi la terra dagli abiti - la mia tavoletta!

E sì, come potete ben immaginare la tavoletta era caduta a terra e si era rotta in sette pezzi.

Il ragazzo li raccolse in fretta, accese un lume, si sedette a terra cercando di ricomporla.

- Cercherò un mastice per incollare tutti i pezzi - pensava.

Ma mentre era lì intento si accorse che, invece del quadrato, aveva composto la figura di un drago. Mescolò di nuovo i pezzi e ritentò di assemblarli in un quadrato. Nulla... questa volta aveva ottenuto la figura di una casa.

Provò e riprovò tutta la notte, ottenendo sempre nuove figure.

Al mattino, stanchissimo, decise di riposare.

In sogno gli apparve il monaco che gli disse:

- Vedi ragazzo, tu volevi viaggiare e vedere il mondo. Il tuo desiderio era buono, ma il modo in cui volevi realizzarlo non era appropriato.

Tutte le cose del mondo possono passarti accanto, ma se tu non hai occhi per guardare e cuore per capire, non ne vedrai neppure una.

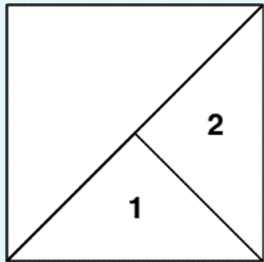
- Ecco perché non trovavo nulla da disegnare sulla mia tavoletta! - disse il ragazzo.

- Sì. Le cose del mondo non sono attorno a te, ma dentro di te e tu le hai trovate non viaggiando, ma da seduto, giocando con la tua tavoletta rotta.

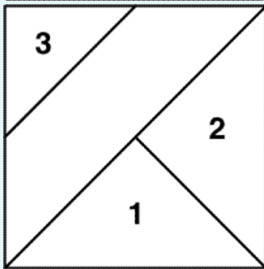
Il ragazzo si svegliò: aveva capito che è inutile affannarsi a cercare in giro se non si sa guardare dentro di noi.

Allora tornò a casa e riprese a giocare con la sua tavoletta rotta per sette anni, trovando tutte le cose del mondo senza muovere un passo.

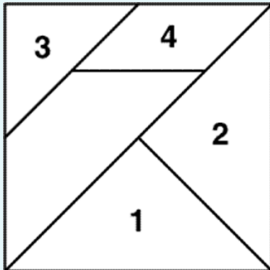
# COSTRUZIONE



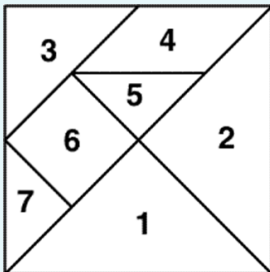
Si prende un quadrato, diviso in due triangoli rettangoli da una diagonale. Uno dei due triangoli viene diviso esattamente in due, lungo l'altezza relativa all'ipotenusa, ottenendo così i primi due pezzi del Tangram.



Il triangolo che rappresenta l'altra metà del quadrato iniziale viene diviso in due parti, lungo la linea che congiunge il punto medio dei cateti, ottenendo così un trapezio isoscele ed un triangolo rettangolo; quest'ultimo costituisce il terzo pezzo del Tangram.



Il trapezio ottenuto precedentemente viene diviso in due dalla linea che congiunge il punto medio dell'ipotenusa del triangolo ottenuto precedentemente (pezzo n. 3) con il punto medio del cateto del triangolo che rappresenta il pezzo n. 2; si ottiene un trapezio isoscele ed un parallelogramma; quest'ultimo rappresenta il pezzo n. 4.



Il trapezio isoscele che è rimasto, viene diviso in tre pezzi, lungo le due altezze relative alla base, ottenendo così un quadrato e due triangoli isosceli.

# TANGRAM E FRAZIONI

Sappiamo che il Tangram è un puzzle formato da sette pezzi che formano la principale figura del Tangram: il quadrato che è l'intero.

Tracciando la sua diagonale, lo dividiamo in due triangoli. Ogni triangolo vale mezzo quadrato.

Se dividiamo ancora a metà uno dei due triangoli otterremo due triangoli ciascuno corrispondente a un quarto del quadrato di partenza.

Possiamo ricavare il triangolo intermedio del Tangram dividendo la metà rimasta in quattro triangoli rettangoli isosceli congruenti: ciascuno ha quindi una superficie di un ottavo rispetto al quadrato iniziale.

Ma non basta: dividendo a metà anche un altro di questi triangoli otterremo i due triangoli rettangoli isosceli più piccoli del Tangram, ciascuno dei quali sarà un sedicesimo del quadrato di partenza. I due triangoli appena ottenuti poi ricoprono perfettamente il quadrato e il parallelogrammo che sono gli ultimi due pezzi e che quindi misurano ciascuno un ottavo del q. iniziale.

Riassumendo:

I due triangoli maggiori sono ciascuno  $1/4$  del q. iniziale

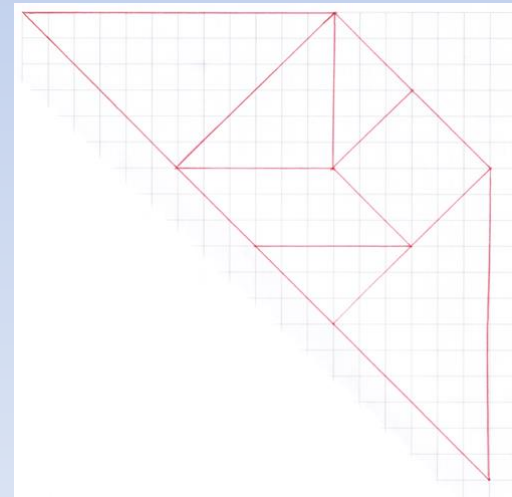
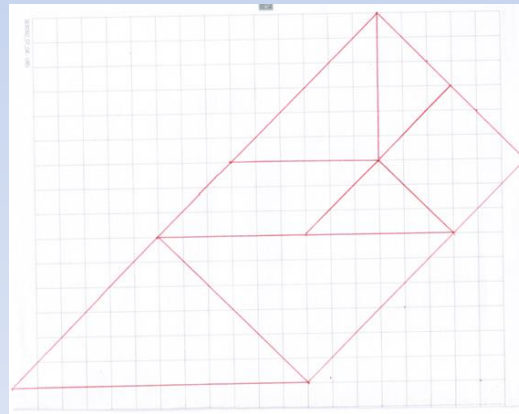
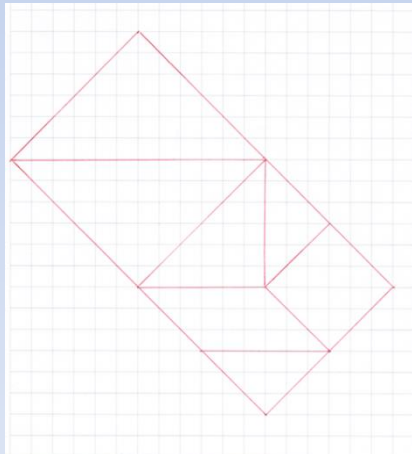
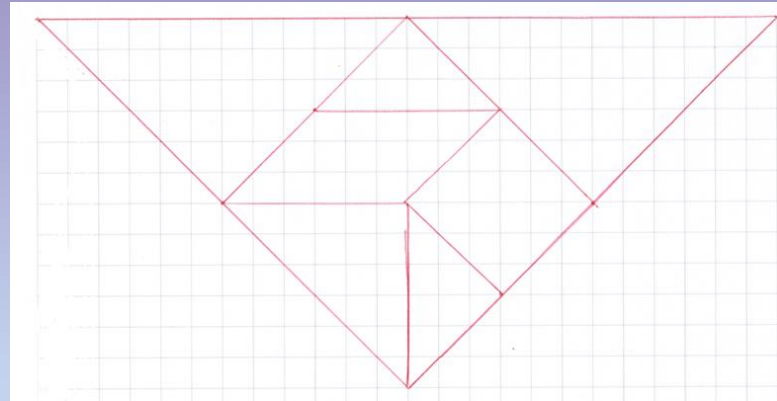
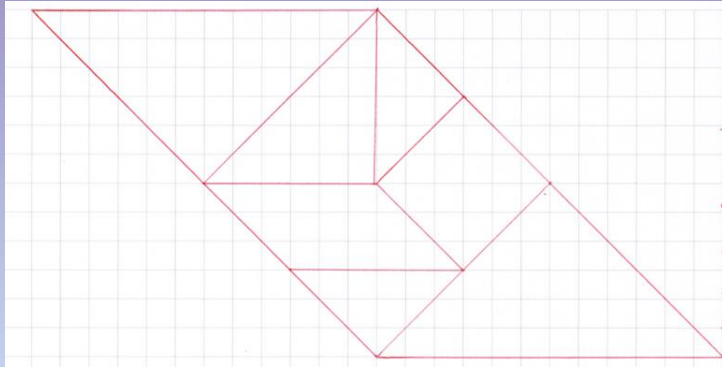
I due triangoli più piccoli sono ciascuno  $1/16$

Il quadrato, il triangolo intermedio e il parallelogrammo sono ciascuno  $1/8$ .

Possiamo anche sommare le frazioni ottenute; mettendo insieme due pezzi da un sedicesimo otteniamo il parallelogramma e il quadrato del Tangram: ognuno di loro vale un ottavo!

Divertitevi a fare altre addizioni e sottrazioni con i pezzi del Tangram.

# GEOMETRIA PIANA



# POLIGONI

Utilizzando tutti i sette pezzi  
abbiamo composto

Il rettangolo

Il trapezio isoscele

Il trapezio rettangolo

Il triangolo isoscele

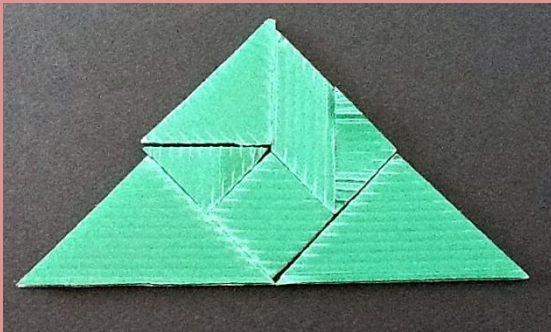
Il parallelogrammo

# Poligoni noti costruiti con i sette pezzi

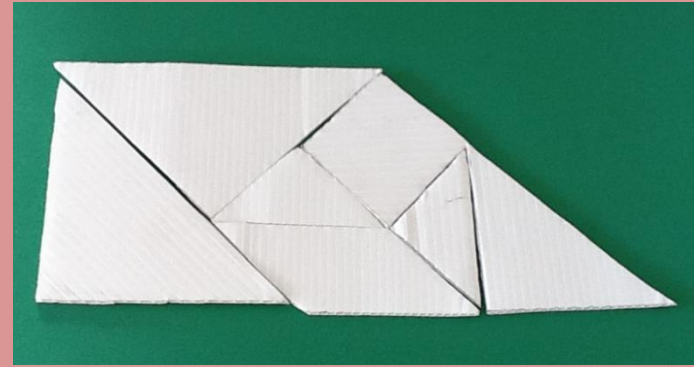
- Il rettangolo



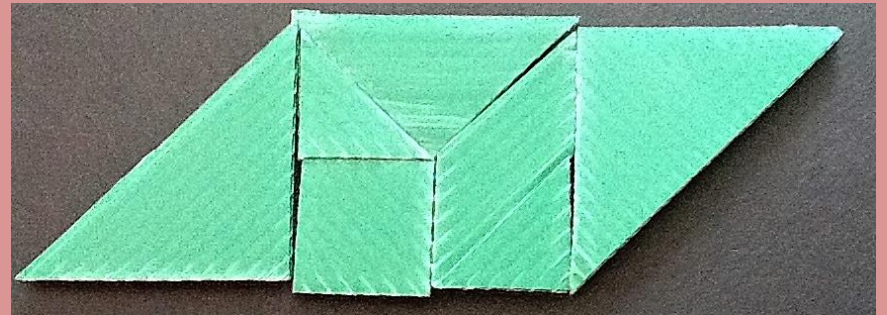
Triangolo  
isoscele



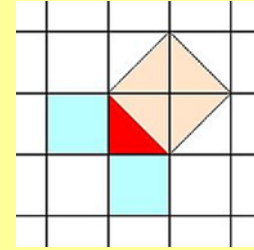
- Il trapezio rettangolo



Parallelogramma



# STORIA DEL TEOREMA di PITAGORA



Nota storica: le prime citazioni del "Teorema di Pitagora" si trovano in una tavoletta babilonese conosciuta come PLIMPTON 322 datata circa 1900 a. C. In questa tavoletta appaiono terne pitagoriche e calcoli della diagonale di un quadrato. Quindi il TEOREMA DI PITAGORA NON è DI PITAGORA!

Si racconta, ma è leggenda, che Pitagora di Samo, 580-500 a.C. abbia scoperto il suo teorema mentre stava aspettando di essere ricevuto da Policrate. Seduto in un grande salone del palazzo del tiranno di Samo, Pitagora si mise ad osservare le piastrelle quadrate del pavimento: se avesse tagliato in due una piastrella lungo una diagonale avrebbe ottenuto due triangoli rettangoli uguali e l'area del quadrato costruito sulla diagonale di uno dei due triangoli rettangoli risultava il doppio dell'area di una piastrella mentre i quadrati costruiti sugli altri lati del triangolo corrispondevano ognuno all'area di una piastrella.

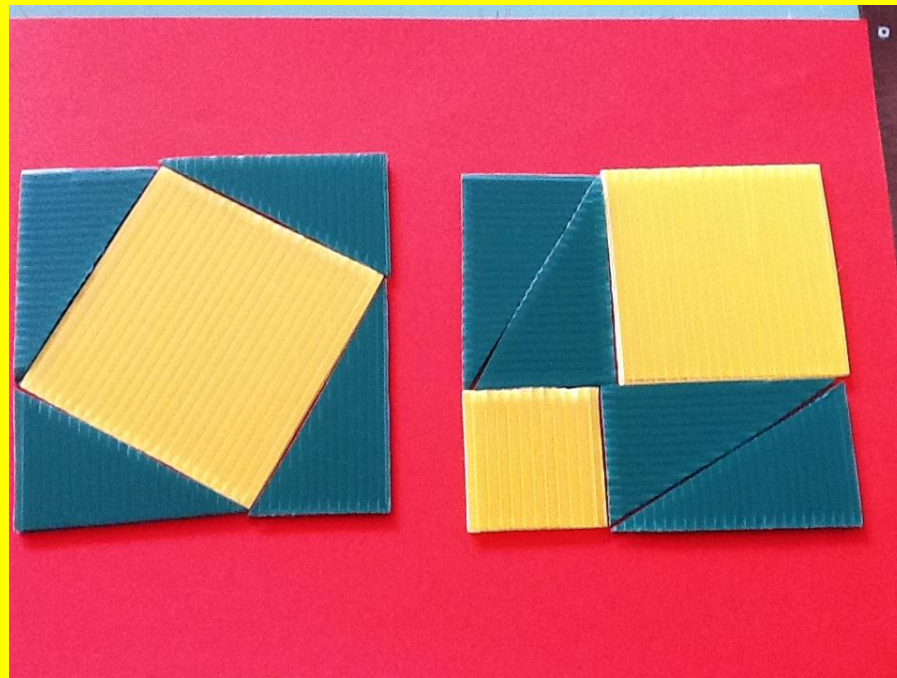
In altre parole il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui due cateti. Questo risultava evidente nel caso della piastrella quadrata, cioè di un triangolo rettangolo isoscele ma poteva essere vero, si chiese Pitagora, anche nel caso generale, con cateti di lunghezza diversa?



# Dimostrazione di Pitagora



I due quadrati grandi di partenza sono congruenti, così come lo sono tutti i triangoli rettangoli gialli. Se “togliamo” da superfici equivalenti altre superfici equivalenti le superfici “differenza” saranno a loro volta equivalenti: i due quadrati verdi, costruiti sui cateti, sono equivalenti a quello blu costruito sull'ipotenusa.



# Puzzle pitagorici

Il teorema di Pitagora, oltre che con la dimostrazione attribuita a Pitagora stesso, si può dimostrare con alcuni puzzle geometrici:

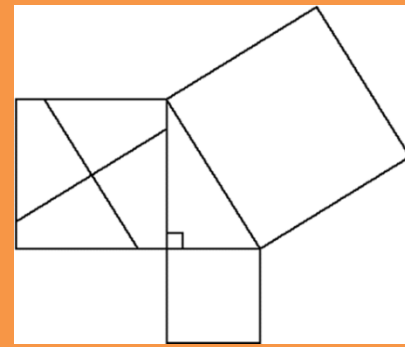
Tangram

Perigal

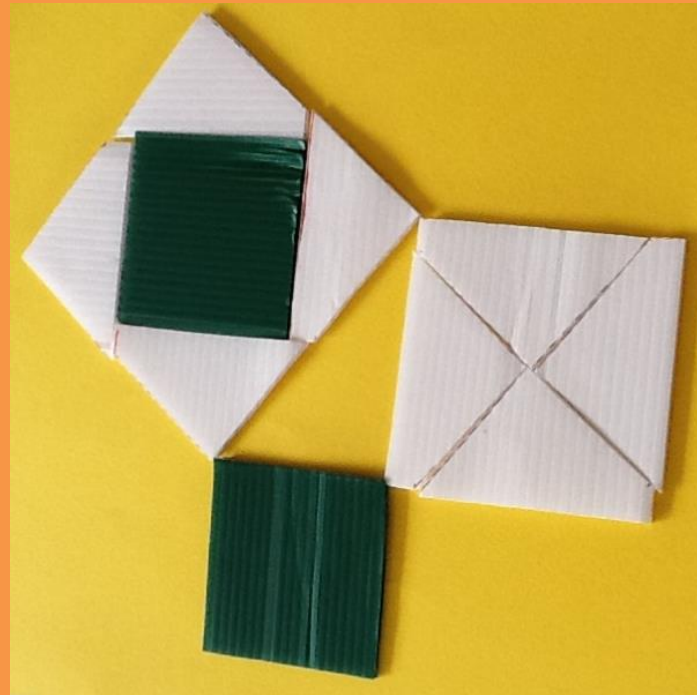
Liu Hui

Sconosciuto

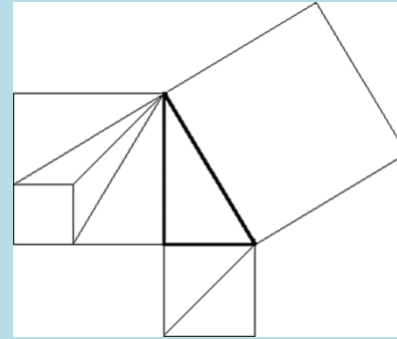
# Dimostrazione di Perigal (metà 1800)



**Costruzione:** per il centro (individuato disegnando le diagonali) del quadrato costruito sul cateto maggiore si traccia un segmento parallelo all'ipotenusa e un altro segmento perpendicolare al primo (e quindi anche all'ipotenusa). Si ritagliano i 5 pezzi e si sovrappongono perfettamente al quadrato dell'ipotenusa .

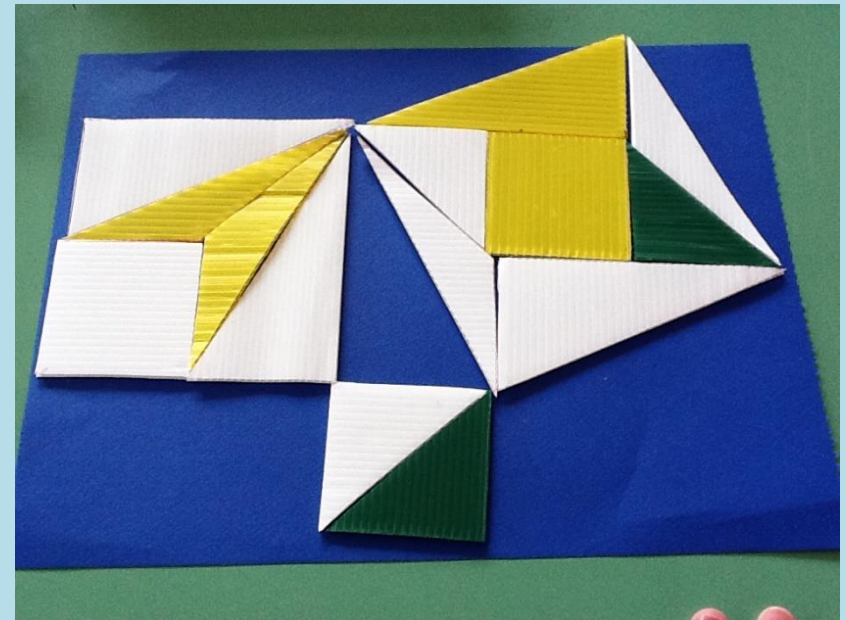


# Dimostrazione di Liu Hui (Cina, III sec. a. C.)

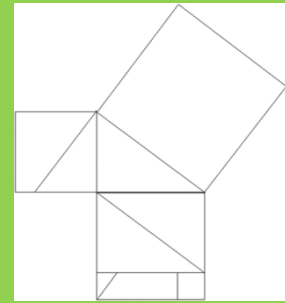


**Costruzione:** ecco come suddividere il quadrato costruito sul cateto maggiore:

- 1) si traccia il segmento simmetrico dell'ipotenusa rispetto al cateto maggiore
- 2) si disegna il quadrato piccolo
- 3) si traccia la diagonale del quadrato grande
- 4) si traccia quindi l'ultimo segmento



# Dimostrazione (autore sconosciuto)



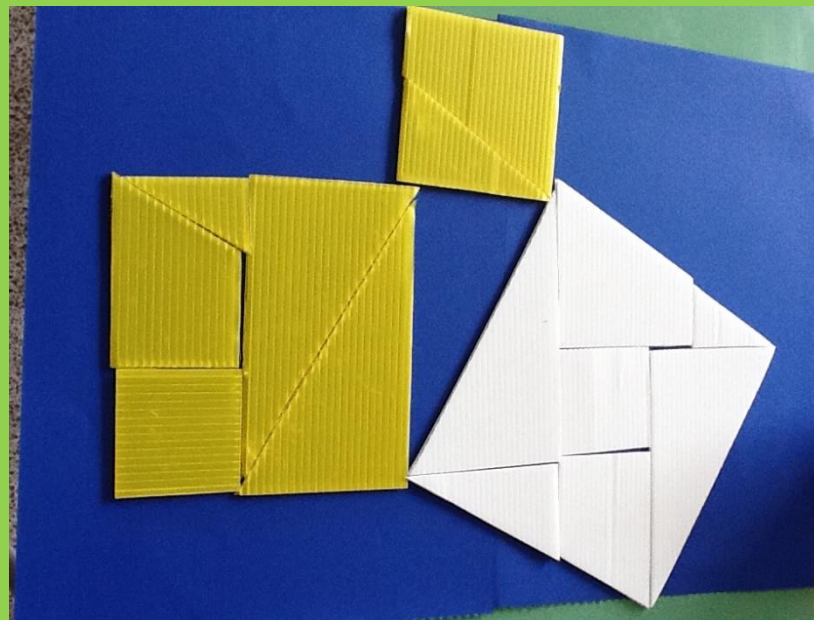
Costruzione:

Scomponete il quadrato costruito sul cateto maggiore in 2 triangoli rettangoli congruenti a quello di partenza e in un altro rettangolo.

Disegnate un segmento perpendicolare all'ipotenusa che scomponga il quadrato sul cateto minore.

Ricavate, dal rettangolo sul cateto maggiore, un quadrato e un triangolo rettangolo avente un cateto uguale alla base minore del trapezio rettangolo ottenuto dal quadrato

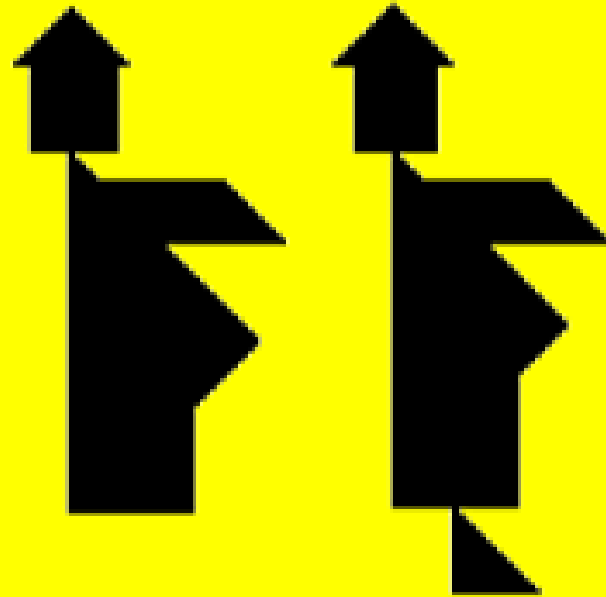
sul cateto minore.



# PARADOSSI

Cosa sono?

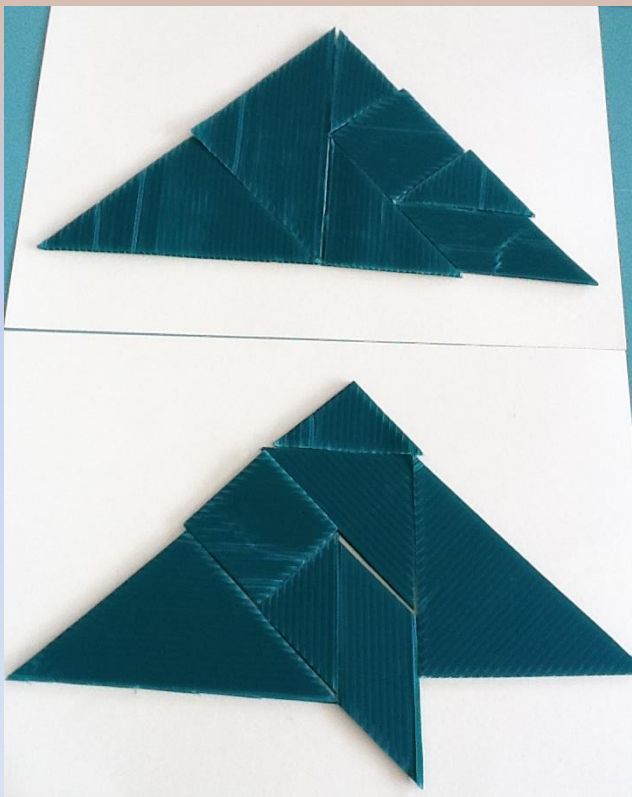
Un paradosso del Tangram è costituito da due figure apparentemente uguali in tutto tranne che per un particolare il quale è presente in una figura ma non nell'altra. Il **paradosso** sta nel fatto che entrambe le figure devono essere costruite utilizzando tutti e sette i pezzi e quindi ci si aspetterebbe che fossero identiche (congruenti).



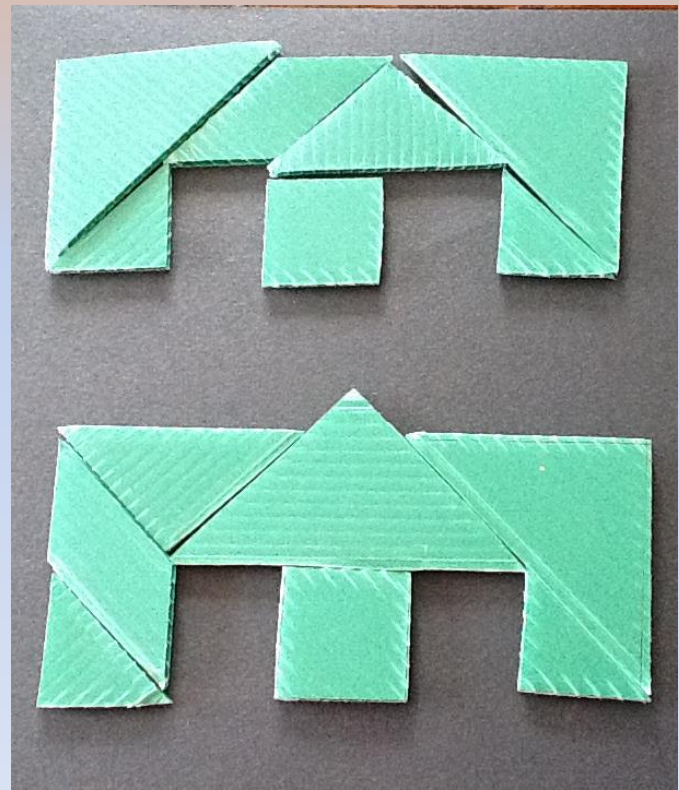


# Esempi di paradossi

- Il triangolo

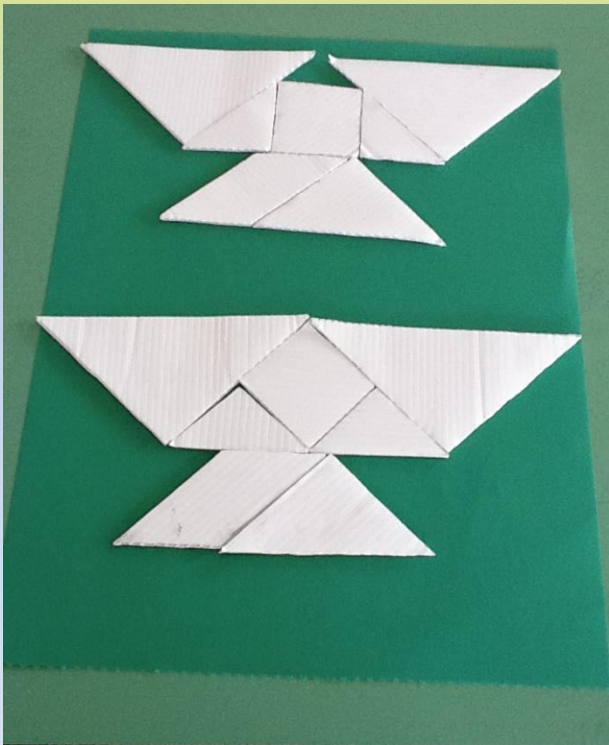


- Il ponte

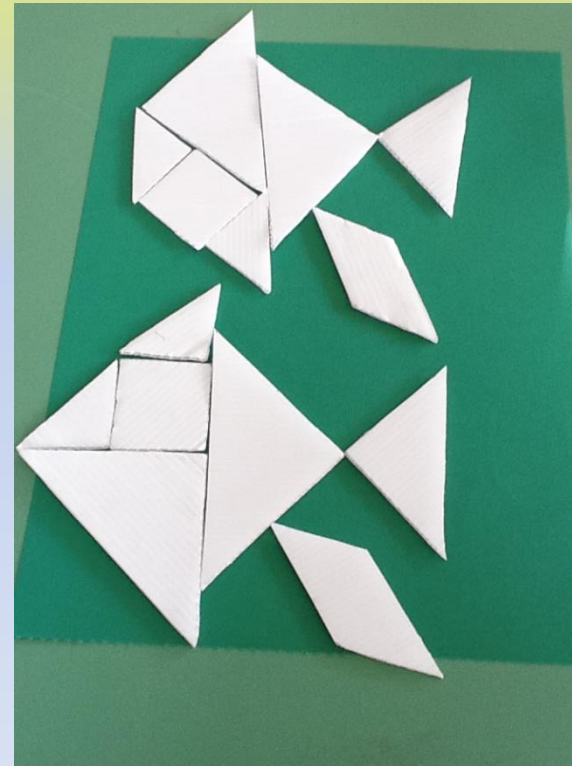


# Paradossi

- Il vaso



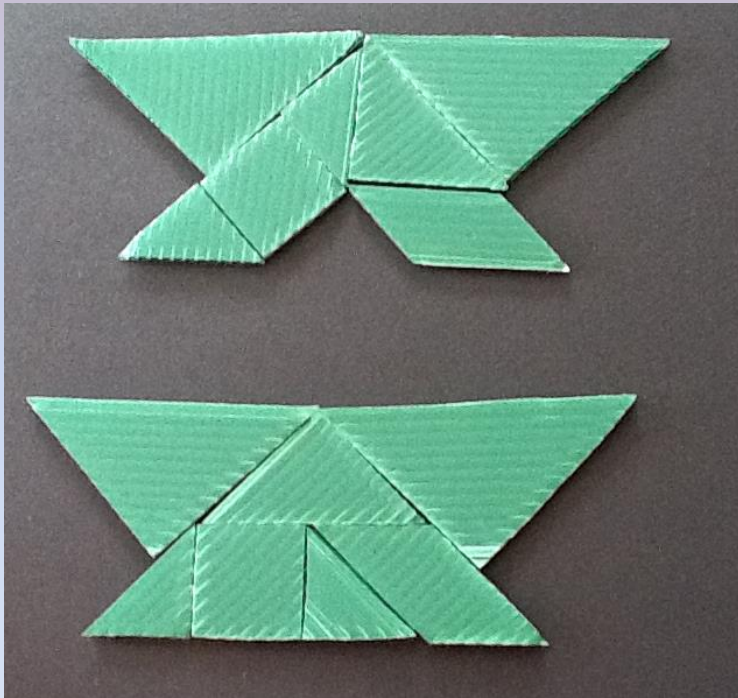
- Il pesce



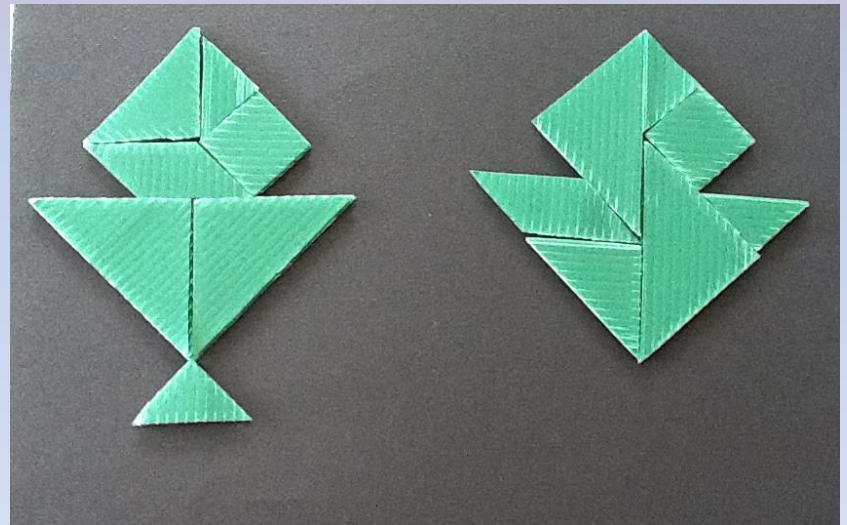


# Paradossi

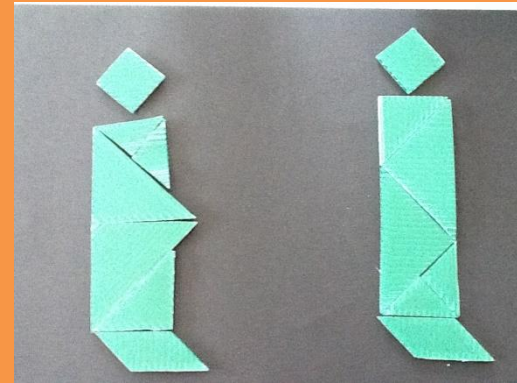
- L'incudine



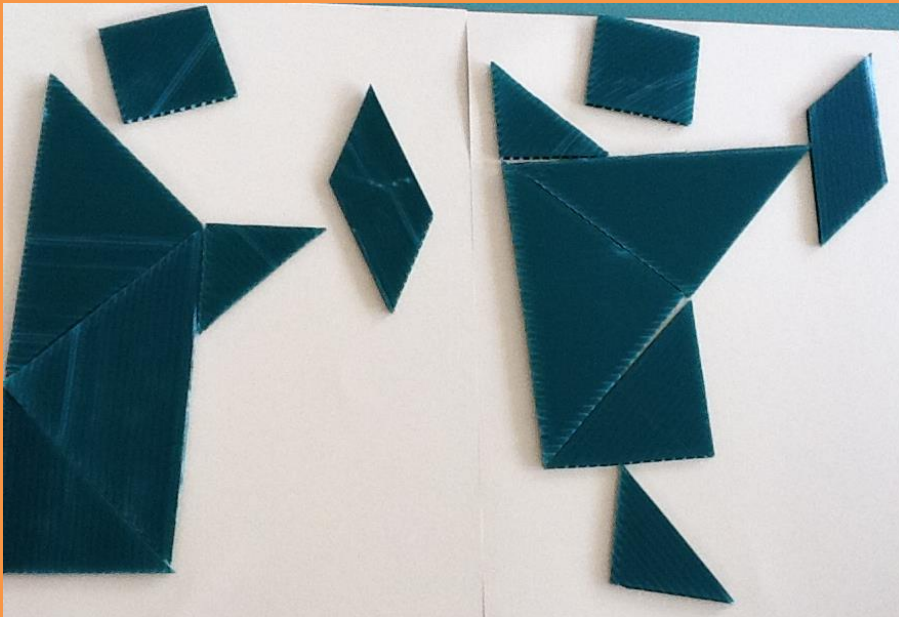
- La coppa



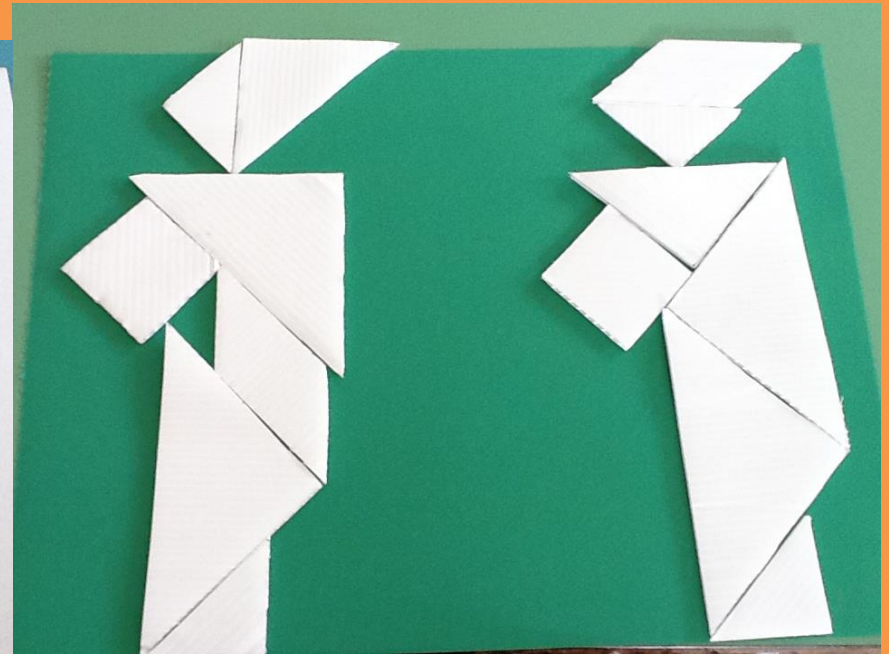
## Il monaco



- Il monaco



- La donna



# ...a lavoro

